

魔方陣をつくる

芝浦工業大学 数理科学研究会

佐藤晶子

平成 27 年 11 月 6 日

1 研究動機

回転・裏返しによって一致するものを同じと見なすならば、 3×3 の枠の中に 1 から 9 までの数を入れる入れ方は $9! \div 8 = 45360$ 通りある。しかし、その中で魔方陣の性質を持つものは 1 つしかない。そのことに興味を持ち、研究したいと思った。

2 魔方陣

魔方陣とは、1 から n^2 までの、 n^2 個の数を正方形に並べ、ヨコ（各行）・タテ（各列）・ナナメ（両対角線）の数の和をすべて同じにしたものである。また、魔方陣の各行、各列、両対角線の等しい和を定和と呼び、 n 次方陣の定和 S は、

$$S = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

と与えられる。

3 魔方陣の作り方

3.1 奇数次の魔方陣

● ヒンズーの連続方式

正方形の最下行の中央に 1 を置き、次の法則によって右斜下方に連続自然数を並べていけば奇数次の方陣が完成する。この方法は、ヒンズーの連続方式と呼ばれる。

- 最下行にきたときは、次の列の一番上に続け、そこからさらに右斜下方に進む。
- 最右列にきたときは、そのすぐ下の行の一番左の隅に続け、そこから順に右斜下方に進む。
- すでに数字の入っている目に出会ったときには、いま、書いた数字のすぐ上に進み、そこからは右斜下方に続ける。

次に、実際に作成した 3 次方陣の例を示す。

表 1: 連続方式 1

		2
3		
	1	

表 2: 連続方式 2

4		2
3	5	
	1	6

表 3: 連続方式 3

4	9	2
3	5	7
8	1	6

3.2 全偶数次の魔方陣

● 書き下し法

両対角線部分に網をかける。その網掛け部分に、左上隅から右へ順に 1, 2, 3, 4, ... と、空所に当たるところは抜きながら入れていく。右下隅まで到達したら、今度は右下から左へ順に 1, 2, 3, 4, ... と、先ほど空所にしていたところにだけ相当する数字を入れていく。このようにして全偶数次の魔方陣は作成される。

次に、実際に作成した 4 次方陣の例を示す。

表 4: 書き下し法 1

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

表 5: 書き下し法 2

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

3.3 半偶数次の魔方陣

● 自然配列交換法

全偶数次の、書き下し法と同じ操作を行う。その後、いくつかの数を入れ替えることで半偶数次の魔方陣を作ることができる。

4 今後の課題

今回は、一般的な魔方陣をつくることを中心に研究した。そのため、対称方陣や立体方陣などの特殊な方陣については一般理論まで進めることができず、理解も不十分であった。今後は特殊な魔方陣について研究したい。

5 参考文献

- [1] 大森清美, 魔方陣の世界, 日本評論社, 2013 年.