

# みんなが納得するバトルMCランキング

芝浦工業大学 数理科学研究会

西木航

平成 28 年 11 月 4 日

## 1 研究背景

私は、もともとデータを分析することに興味があり、その中でレイティングやランキングの手法が持つ力に最近惹かれた。そこで、Massey の手法と Colley の手法を用いたバトル MC のランキング付けを行うことを決めた。

## 2 ランキング付けの手法

ランキング付けは、それぞれの要素にある方法で数値得点を与えてできたレイティングリストをソートし、ランキング順にすることで行う。今回は Massey の手法と Colley の手法を扱う。

### 2.1 Massey の手法

$y_k$  を試合  $k$  の得点差、 $r_i$ 、 $r_j$  はそれぞれ  $i$ 、 $j$  のレイティングを示し、

$$r_i - r_j = y_k.$$

という理想化された数式で表す。また、 $m$  : 試合数、 $n$  : チーム数の係数行列  $\mathbf{X}_{m \times n}$  のそれぞれの行に  $i$  列目に 1、 $j$  列目に  $-1$ 、他を 0 とし、 $\mathbf{Xr} = \mathbf{y}$  と記述できる。この方程式は優決定系であることが多い。そこで、以下の正規方程式から最小二乗法によって解が得られる。

$$\mathbf{X}^T \mathbf{Xr} = \mathbf{X}^T \mathbf{y}.$$

ところが、この方程式は  $\text{rank}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) < n$  であり、解が一意に定まらない。その解決策として、 $\mathbf{X}^T \mathbf{X} (: = \mathbf{M})$  の任意の一つの行を全ての値が 1 である行で入れ替え、対応する  $\mathbf{X}^T \mathbf{y} (: = \mathbf{p})$  の項目を 0 にするというものを採用する。

### 2.2 Colley の手法

Massey の手法と異なる点は得点差を用いない事と対戦相手の強さを考慮する事である。単純な勝率システム (強度) を  $w_i$ : 勝利した試合数、 $t_i$ : 参戦した試合数とすれば、 $r_i = w_i/t_i$  と表すことが出来る。しかし、この場合は試合数が少なくとも極端なレイティング結果になってしまう。そこで、ラプラスの継起の法則を取り入れ、以下の式で表す。

$$r_i = \frac{1 + w_i}{2 + t_i}.$$

また、 $l_i$ : 負けた試合数、とすると以下の式が成り立つ。

$$w_i = \frac{w_i - l_i}{2} + \sum_{j=1}^{t_i} \frac{1}{2} \approx \frac{w_i - l_i}{2} + \sum_{j \in O_i} \frac{1}{2}.$$

不正確ではあるが、レイティングの累積から十分されているとする。これをもとの  $r_i$  に代入することで対戦相手の強さを組み込めた。このことから  $b_i = 1 + \frac{1}{2}(w_i - l_i)$ 、また  $n_{ij}$  がチーム  $i, j$  がお互いに対戦した回数であるときに、

$$C_{ij} = \begin{cases} 2 + t_i, & (i = j) \\ -n_{ij}, & (i \neq j) \end{cases}$$

と定義し、 $\mathbf{Cr} = \mathbf{b}$  という線形系の式で表すことができ、標準的でよく行われる数値計算ルーチンで  $\mathbf{r}$  解レイティングベクトルを求められる。

### 2.3 Colley 化した Massey の手法

紹介した二つの手法には、顕著な関連性があるのである。実は、これらの二つの手法は  $\mathbf{C} = 2\mathbf{I} + \mathbf{M}$  という式で関連付いている。その結果、Massey の手法を Colley 化したり、その逆をするのは簡単である。例えば、 $\mathbf{Mr} = \mathbf{p}$  という Massey の手法は以下の式によって Colley 化できる (Colley 化された Massey の手法では、右辺に得点情報を含む  $\mathbf{p}$  を用いる)。ところで、 $\mathbf{C} = 2\mathbf{I} + \mathbf{M}$  の  $2\mathbf{I}$  がもたらす効果は、継起の法則のようなレイティングの修正であり、有効な手段である。よって、実践では以下の式を用いる。

$$\mathbf{Cr} = \mathbf{p}.$$

## 3 実践

実際にデータを取得し、Colley 化した Massey の手法に当てはめる。データは、「フリースタイルダンジョン」の第 1 回 (2015/09/30) からリベンジャーズウォー (2016/09/13) までである。スペースがないため、ベスト 10 のみ掲載する。

| 順位 | 名前    | 順位 | 名前      |
|----|-------|----|---------|
| 1  | 般若    | 6  | 龍道      |
| 2  | R 指定  | 7  | Mr.Q    |
| 3  | 崇勲    | 8  | HIDADDY |
| 4  | 焚巻    | 9  | 押忍マン    |
| 5  | スナフキン | 10 | KOPERU  |

## 参考文献

[1] Amy N. Langville, Carl D. Meyer (訳) 岩野和生, 中村英史, 清水咲里, レイティング・ランキングの数理, 2015, 共立出版